CLASSE DE QUATRIÈME

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Le programme de la classe de quatrième propose d'approfondir et de prolonger l'étude de notions introduites dans les classes antérieures.
Le lien avec les autres disciplines, notamment scientifiques, et avec l'éducation à la citoyenneté est maintenu et renforcé, en particulier à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence. Comme en classe de cinquième, le mot "fonction" est employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle de la notion de fonction soit donnée.

Les tableurs-grapheurs, dont l'usage a été introduit dès la classe de cinquième, donnent accès à une façon particulière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans le tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour le travail sur la notion de variable, effectué sur des exemples variés. La pertinence de l'utilisation de tel ou tel graphique dans une situation donnée est examinée en comparant l'information mise en valeur par différentes représentations.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
1.1 Utilisation de la proportionnalité Quatrième proportionnelle	- Déterminer une quatrième proportionnelle.	Aux diverses procédures étudiées en classes de sixième et de cinquième pour rechercher une quatrième proportionnelle, s'en ajoute une nouvelle, communément appelée « produit en croix » qui doit être justifiée (en lien avec l'égalité de quotients : voir § 2.2 ci-dessous). Le fait que, dans une relation de proportionnalité, la correspondance est déterminée par un seul couple de valeurs homologues non nulles est mis en évidence.
Calculs faisant intervenir des pourcentages [Thèmes de convergence]	- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus. *[SVT, Géographie, Physique, Technologie]*	Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines demandent de mettre en œuvre un coefficient de proportionnalité, en particulier sous forme de pourcentage, et des quantités ou des effectifs. En liaison avec d'autres disciplines (géographie…) ou d'informations tirées de l'actualité, la notion d'indice donne lieu à illustrations et calculs mais sans développements théoriques.
Représentations graphiques [Thèmes de convergence]	- Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine. *[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]*	Les élèves travaillent sur des exemples de situations de proportionnalité et de non proportionnalité. Ils peuvent démontrer que si les points sont alignés avec l'origine, alors il y a proportionnalité entre les suites définies par les abscisses et les ordonnées de ces points. La réciproque est admise. Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.
1.2. Traitement des données Moyenne pondérée [Thèmes de convergence]	- Calculer la moyenne d'une série de données. *[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]*	Les élèves sont confrontés à des situations familières où deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en œuvre : somme des n données divisée par n ou moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs. Ils apprennent à interpréter des moyennes et à comprendre par exemple les différences constatées entre la moyenne annuelle des notes d'un élève calculée à partir de l'ensemble des notes de l'année ou à partir de la moyenne des moyennes trimestrielles. De même, le pourcentage relatif à un caractère sur toute la France n'est pas égal à la moyenne des pourcentages relatifs au même caractère, connus par région. Deux constats sont à dégager : - la moyenne n'est pas forcément égale à l'une des données ; - la moyenne est rarement égale à la moyenne des valeurs extrêmes. Le fait que la moyenne est toujours comprise entre les valeurs extrêmes fournit un moyen de contrôle pour le calcul. Le calcul de fréquences cumulées n'est pas une compétence exigible, mais il peut être entrepris, en liaison avec d'autres disciplines, dans des situations où les résultats peuvent être interprétés. Les tableurs permettent un traitement direct des calculs de moyennes : il n'est donc pas indispensable pour obtenir une valeur approchée d'une moyenne dans des situations à grands effectifs d'avoir recours à un regroupement en classes d'intervalles.

2. Nombres et calculs

La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Les exercices de technique pure ne sont pas à privilégier. La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a pour objectifs :
- la maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées,
- l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres,
- la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Le calcul littéral qui a fait l'objet d'une première approche en classe de cinquième, par le biais de la transformation d'écritures, se développe en classe de quatrième, en veillant à ce que les élèves donnent du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier par l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
2.1. Calcul numérique Opérations (+, -, x, ÷) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée)	- Calculer le produit de nombres relatifs simples. - Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).	Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue. Les élèves ont une pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. Les calculs relevant de ces opérations sont étendus au cas des nombres relatifs. La mise en place des règles de calcul peut s'appuyer sur le problème de l'extension de tables de multiplication aux entiers négatifs ou à la généralisation de règles provenant de l'addition, par exemple : $3 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$. Sur des exemples, la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition est mobilisée pour justifier la règle des signes.
	- Connaître et utiliser l'égalité $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$. - Multiplier ou diviser deux nombres écrits sous forme fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres décimaux relatifs.	Un travail est mené sur la notion d'inverse d'un nombre non nul et les notations $\frac{1}{x}$ et x^{-1} sont utilisées, ainsi que les touches correspondantes de la calculatrice. A cette occasion, le fait que diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse est mis en évidence.
	- Calculer la somme de nombres relatifs en écriture fractionnaire.	L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire demande un travail sur la recherche de multiples communs à deux ou plusieurs nombres entiers dans des cas où un calcul mental est possible. La recherche du PPCM et du PGCD pour l'obtention de la forme irréductible est hors programme.
	- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs. - Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.	A la suite du travail entrepris en classe de cinquième avec des nombres décimaux positifs, les élèves s'entraînent au même type de calculs avec des nombres relatifs. Ils sont ainsi familiarisés à l'usage des priorités opératoires intervenant dans les conventions usuelles d'écriture ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses. En particulier, la suppression des parenthèses dans une somme algébrique est étudiée.
Puissances d'exposant entier relatif [Thèmes de convergence]	- Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que : $a^2 \times a^3 = a^5$; $(ab)^2 = a^2b^2$; $\frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$, où a et b sont des nombres relatifs non nuls. - Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$; $(10^m)^n = 10^{mn}$ où m et n sont des entiers relatifs. *[SVT, Physique…]*	Cette rubrique ne doit pas donner lieu à des calculs artificiels sur les puissances entières d'un nombre relatif. Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l'application de formules. En liaison avec les sciences expérimentales, en particulier avec la physique, qui abordent le domaine microscopique d'une part, l'échelle astronomique d'autre part, les activités insistent sur l'usage des puissances de 10. A cet effet, les élèves utilisent largement la calculatrice dont ils doivent maîtriser l'utilisation des touches correspondantes.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Notation scientifique [Thèmes de convergence]	- Sur des exemples numériques, écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10. - Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul. *[SVT, Physique…]*	Par exemple, le nombre 25698, 236 peut se mettre sous la forme : $2{,}5698236 \times 10^4$ ou 25698236×10^{-3} ou $25{,}698236 \times 10^3$.
2.2. Calcul littéral Développement	- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.	L'apprentissage du calcul littéral doit être conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul. L'intégration des lettres et des nombres relatifs dans les expressions algébriques représente une difficulté importante qui doit être prise en compte. A cette occasion, le test d'une égalité par substitution de valeurs numériques aux lettres prend tout son intérêt. Le travail proposé s'articule autour de trois axes - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ; - utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers ; - utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique).
	- Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x - (4x - 2)$, $2x^2 - 3x + x^2$…	La transformation d'une expression littérale s'appuie nécessairement sur la reconnaissance de sa structure (somme, produit) et l'identification des termes ou des facteurs qui y figurent. L'attention de l'élève sera attirée sur les formes réduites visées du type $ax+b$ ou $ax^2 + bx + c$. Les situations proposées doivent exclure tout type de virtuosité et répondre à chaque fois à un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique, établissement d'un résultat général). En particulier, les expressions à plusieurs variables introduites a priori sont évitées.
	- Développer une expression de la forme $(a + b)(c + d)$.	Les activités de développement prolongent celles qui sont pratiquées en classe de cinquième à partir de l'utilisation de l'identité $k(a + b) = ka + kb$. Le développement de certaines expressions du type $(a + b)(c + d)$ peut conduire à des simplifications d'écriture ou de calcul, mais les identités remarquables ne sont pas au programme. L'objectif reste de développer pas à pas l'expression puis de réduire l'expression obtenue. Les activités de factorisation prolongent celles qui ont été pratiquées en classe de cinquième à partir de l'utilisation de l'identité $ka + kb = k(a + b)$ et se limitent aux cas où le facteur commun est du type a , ax ou x^2 .

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Ordre et opérations	- Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser : • l'équivalence entre $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et $ad = bc$ (b et d étant non nuls) ; • l'équivalence entre $a \leq b$ et $a - b \leq 0$; • l'équivalence entre $a \geq b$ et $a - b \geq 0$.	La première équivalence est notamment utile pour justifier la propriété dite « d'égalité des produits en croix », relative aux suites de nombres proportionnelles. Le fait que x est strictement positif (respectivement x strictement négatif) se traduit par $x > 0$ (respectivement $x < 0$) est mis en évidence. Le fait que "comparer deux nombres est équivalent à chercher le signe de leur différence", intéressant notamment dans le calcul littéral, est dégagé. Ces propriétés sont l'occasion de réaliser des démonstrations dans le registre littéral.
	- Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que a et b : $a + c$ et $b + c$; $a - c$ et $b - c$ - Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ac et bc sont dans le même ordre que a et b si c est strictement positif, dans l'ordre inverse si c est strictement négatif. - Ecrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient …).	Les tests par substitution de valeurs numériques à des lettres sont utilisés pour mettre en évidence cette propriété qui peut être démontrée à partir de l'étude des signes de $a - b$ et de $ac - bc$.
Résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue	- Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.	Les problèmes issus d'autres parties du programme et d'autres disciplines conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. A chaque fois sont dégagées les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat. Le choix des problèmes doit faire l'objet d'une attention particulière. Des situations qui aboutissent à une équation du type $ax+b = cx+d$ permettent de mettre en évidence les limites des méthodes de résolution arithmétique ou par essais et ajustements et de faire percevoir l'intérêt de la méthode de résolution algébrique. Tous les problèmes aboutissant à des équations produits, du type $(x - 2)(2x - 3) = 0$ sont hors programme.

3. Géométrie

En classe de quatrième, la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace, le calcul de grandeurs attachées à ces objets demeurent des objectifs majeurs. S'y ajoutent de nouvelles caractérisations pour certains d'entre eux (triangle rectangle, cercle, bissectrice).
Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangle, cercle, quadrilatères particuliers), pour lesquelles il est indispensable de continuer à faire fonctionner les résultats mis en place. L'étude plus approfondie du triangle rectangle et d'une nouvelle configuration (celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes) permet d'aborder quelques aspects numériques fondamentaux de la géométrie du plan. Certaines propriétés géométriques d'un agrandissement ou d'une réduction d'une figure sont également étudiées. L'effet sur les aires et les volumes n'est abordé qu'en classe de troisième.
Les activités de découverte, d'élaboration et de rédaction d'une démonstration sont de natures différentes et doivent faire l'objet d'une différenciation explicite. Le travail sur la caractérisation des figures usuelles est poursuivi, en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.
Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
3.1 Figures planes Triangle : milieux et parallèles	- Connaître et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle : Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième côté.	Ces théorèmes peuvent être démontrés en utilisant la symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme ou les aires.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
	Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième côté en son milieu. Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.	
Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes	- Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes : Dans un triangle ABC, où M est un point du côté [AB] et N un point du côté [AC], si (MN) est parallèle à (BC), alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.	L'égalité des trois rapports est admise après avoir été étudiée dans des cas particuliers de rapport. Elle s'étend au cas où M et N sont respectivement sur les demi-droites [AB) et [AC). Le cas où les points M et B sont de part et d'autre de A n'est pas étudié. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et sa réciproque	- Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque. - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{}$ d'une calculatrice.	
Triangle rectangle : cosinus d'un angle	- Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents. - Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée : - du cosinus d'un angle aigu donné ; - de l'angle aigu dont le cosinus est donné.	La propriété de proportionnalité des côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes permet de définir le cosinus comme un rapport de longueur. Les différentes connaissances relatives au triangle rectangle peuvent être synthétisées, en mettant en évidence que : - la donnée de deux côtés permet de déterminer le troisième côté et les deux angles aigus ; - la donnée d'un côté et d'un angle aigu permet de déterminer les deux autres côtés et l'autre angle aigu. Les relations métriques dans le triangle rectangle, autres que celles mentionnées dans les compétences sont hors programme.
Triangle rectangle : cercle circonscrit	- Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle. - Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.	Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent est étudié. La propriété : ''Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de celle de l'hypoténuse'', ainsi que sa réciproque sont mises en place.
Distance d'un point à une droite	- Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.	L'inégalité triangulaire et la symétrie axiale, vues auparavant, permettent de démontrer le résultat relatif à la distance d'un point à une droite, lequel peut aussi être relié au théorème de Pythagore.
Tangente à un cercle	- Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.	

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Bissectrices et cercle inscrit	- Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donné par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle. - Construire le cercle inscrit dans un triangle.	Cette caractérisation permet de démontrer que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle inscrit. L'analogie est faite avec le résultat concernant les médiatrices des trois côtés du triangle vu en classe de cinquième.
3.2 Configurations dans l'espace Pyramide et cône de révolution	- Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données. *[Technologie]*	Comme dans les classes précédentes, l'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables. Les activités sur les pyramides exploitent des situations limitées et simples : pyramides dont une arête latérale est aussi la hauteur, pyramides régulières à 3, 4 ou 6 faces latérales. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la réalisation de patrons. Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité. La réalisation du patron d'un cône de révolution donné n'est pas une compétence exigible mais peut être envisagée comme situation problème intéressante.
3.3 Agrandissement et réduction	- Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.	Des activités de construction (avec éventuellement l'utilisation de logiciels de construction géométrique) permettent aux élèves de mettre en évidence et d'utiliser quelques propriétés : conservation des angles (et donc de la perpendicularité) et du parallélisme, multiplication des longueurs par le facteur k d'agrandissement ou de réduction… Certains procédés de construction peuvent être analysés en utilisant le théorème de Thalès. Ce travail prépare celui qui sera effectué en classe de seconde sur les triangles semblables.

4. Grandeurs et mesures

Comme en classes de cinquième et sixième, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante et aux autres disciplines. Le travail sur les aires et les volumes se poursuit. Il permet en particulier d'aborder la variation d'une grandeur en fonction d'une autre.
Les notions de mouvement uniforme et de vitesse ont été travaillées en classe de cinquième dans le cadre de la proportionnalité.
La notion de vitesse en tant que grandeur quotient est abordée en classe de quatrième. Elle est la première grandeur quotient étudiée.
Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
4.1 Aires et volumes Calculs d'aires et volumes	- Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = \frac{1}{3} B\,h$.	La formule donnant le volume de la pyramide peut être justifiée expérimentalement dans des cas simples. L'objectif est, d'une part, d'entretenir les acquis des classes antérieures et, d'autre part, de manipuler de nouvelles formules, en liaison avec la pratique du calcul littéral. Les formules d'aires ou de volumes offrent l'occasion d'étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre. La recherche de l'aire latérale d'une pyramide et d'un cône de révolution est proposée, à titre de problème.
4.2 Grandeurs quotients Vitesse moyenne [Thèmes de convergence]	- Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité $d = vt$. - Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure). [Technologie, Physique…]	La notion de vitesse moyenne est définie. Les situations où interviennent les vitesses moyennes constituent des exemples riches où le traitement mathématique s'avère particulièrement pertinent, comme l'étude de la vitesse moyenne d'un trajet sur un parcours de 60 km, où l'aller se parcourt à 20 $km.h^{-1}$ et le retour à 30 $km.h^{-1}$. Le vocabulaire "kilomètre par heure" et la notation km/h, issus de la vie courante, sont à mettre en relation avec la notation $km.h^{-1}$. Les compétences exigibles ne concernent que les vitesses mais d'autres situations de changement d'unité méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, débit, consommation de carburant en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.